

实验 4.1 用扭摆法测定刚体的转动惯量

转动惯量是表征刚体转动时惯性大小的物理量，转动惯量的大小除了与刚体的质量有关外，还与转轴的位置和质量分布（即形状、大小和密度分布）有关。如果刚体形状简单，且质量分布均匀，可以直接计算出它绕特定转轴的转动惯量；对于形状复杂，质量分布不均匀的刚体，计算极为复杂，通常采用实验方法来测定。

【实验目的】

1. 用扭摆测定几种不同形状物体的转动惯量和涡卷弹簧的扭转弹性系数；
2. 验证转动惯量的平行轴定理。

【实验仪器】

扭摆、待测刚体（圆筒、圆柱、圆球、带可移动物块的金属杆）、光电计时计数器。

【实验原理】

刚体绕定轴转动时，具有以下特征：（1）轴上各点始终静止不动；（2）轴外的各个质点，即使转动半径和相同时间内转过的线位移都不同，但转过的角位移却相同。因此可以在刚体上任意选定一点，用该点绕定轴的角位移来描述刚体的定轴转动。

扭摆的构造见图 4-1 所示，在垂直轴 1 上装有一根薄片状的涡卷弹簧 2，用以产生恢复力矩；垂直轴与支座间装有轴承，使摩擦力矩尽可能降低；在轴的上方可以装上各种待测物体。设待测物体（载物圆盘）的转动惯量为 I ，将物体在水平面内转过一角度 θ 后，在弹簧的恢复力矩作用下，物体就开始绕垂直轴作往返扭转运动。根据胡克定律，弹簧扭转而产生的恢复力矩 M 与所转过的角度 θ 成正比，即

$$M = -K\theta \quad (4-1)$$

式中， K 为弹簧的扭转常数，根据转动定律

$$M = I\beta \quad (4-2)$$

式中， I 为物体绕转轴的转动惯量， β 为角加速度。

令 $\omega^2 = \frac{K}{I}$ ，且忽略轴承的摩擦阻力矩，由式（4-1）与式（4-2）得

$$\beta = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{K}{I}\theta = -\omega^2\theta \quad (4-3)$$

上式表示扭摆运动具有角简谐振动的特性，即角加速度与角位移成正比，且方向相反，上式的解为

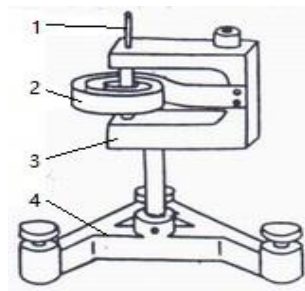
$$\theta = A\cos(\omega t + \varphi) \quad (4-4)$$

式中， A 为谐振动的角振幅， φ 为初相位角， ω 为角速度。

此谐振动的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \quad (4-5)$$

由上式可知，弹簧的弹性系数 K 一定，扭摆振动周期的平方 T^2 与转动惯量 I 成正比。



1-垂直轴 2-涡卷弹簧
3-U 形架 4-底座

图 4-1 扭摆装置图

1. 测量涡卷弹簧的扭转弹性系数

在转动惯量为 I 的载物圆盘上加上一个转动惯量为 I_1' 的物体，二者总的转动惯量为 $I+I_1'$ 。实验中载物圆盘上加上一个圆柱体，圆柱体的转动惯量由质量 m_1 和直径 D_1 算出，即 $I_1' = \frac{1}{8}m_1D_1^2$ ，分别测出载物圆盘加圆柱体前后的振动周期 T 和 T_1 ，由（4-5）式，此时振动周期为

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I+I_1'}{K}} \quad (4-6)$$

由（4-5）、（4-6）两式相除可得

$$I = \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \cdot I_1' \quad (4-7)$$

将（4-7）式代入（4-5）式即可得出弹簧的扭转弹性系数

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot I = \frac{4\pi^2 I_1'}{T_1^2 - T^2} \quad (4-8)$$

在 SI 制中 K 的单位为 $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ （或 $\text{N} \cdot \text{m}$ ）。

2. 测定不同形状物体的转动惯量

用扭摆测定不同形状物体的转动惯量时，需要将物体固定到载物圆盘或支座上来进行测量。利用（4-9）式得到总的转动惯量，然后减去载物圆盘或支座的转动惯量，从而得到不同形状物体的转动惯量。由（4-5）式可知

$$I = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot K \quad (4-9)$$

表 4-1 不同形状物体转动惯量计算公式

	载物圆盘	塑料圆柱	金属圆筒	塑料球
转动惯量 理论值	—	$I_1' = \frac{1}{8}m_1D_1^2$	$I_2' = \frac{1}{8}m_2(D_{\text{外}}^2 + D_{\text{内}}^2)$	$I_3' = \frac{1}{10}m_3D_3^2$
转动惯量 实验值	$I = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot K$	—	$I_2 = \frac{T_2^2}{4\pi^2} \cdot K - I$	$I_3 = \frac{T_3^2}{4\pi^2} \cdot K$

球支架的质量和直径都很小，与圆球相比球支架的转动惯量可以忽略不计。

3. 验证平行轴定理

理论分析证明，若质量为 m 的物体绕通过质心轴的转动惯量为 I_c 时，当转轴平行移动距离 x ，则此物体对新轴线的转动惯量变为 $I_c + mx^2$ ，这称为转动惯量的平行轴定理。

本实验中刚体由金属杆和质量为 m 的两滑块构成，对称地改变两滑块到刚体系质心轴的距离 x ，则根据刚体转动惯量的平行轴定理，整个刚体系绕质心轴的转动惯量为

$$I = I_o + 2(I_c + mx^2) \quad (4-10)$$

式中， I_o 为金属杆绕其质心轴的转动惯量。

若整个刚体系绕质心轴的振动周期为 T ，将式（4-9）代入式（4-10）有

$$T^2 = \frac{8m\pi^2}{K}x^2 + \frac{4\pi^2(I_o + 2I_c)}{K} \quad (4-11)$$

式（4-11）表明 T^2 与 x^2 是线性关系。在直角坐标系上做 T^2-x^2 图，如果是一条直线，则可以认为转动定律及平行轴定理是成立的。

【实验内容与步骤】

1.用电子秤、游标卡尺测量待测物体的质量和必要的几何尺寸，记入表 4-2。

2.测量涡卷弹簧的扭转弹性系数和圆盘的转动惯量

(1) 调节扭摆支架底座螺丝，使 U 形架上的水准泡气泡居中；先将计数模式切换为“双次”计数再打开电源（开启电源后不能再切换计数模式），将周期数设置成 10。

(2) 在转轴上安装载物圆盘，挡光杆应位于 U 形架的光电门缺口方向，调整光电门位置让挡光杆在光电探头间隙处挡住探头。

(3) 将载物圆盘转过偏离平衡位置约 90° 释放，按“开始”按钮计时，待计时完成将转动周期 T 记入表 4-3；重复测量 5 次。

(4) 将塑料圆柱同轴加载到载物圆盘上，测量振动周期 T_1 ，重复测量 5 次。

(5) 根据圆柱质量 m_1 和直径 D_1 算出 I_1' ，将 I_1' 和 T 、 T_1 的平均值分别代入 (4-8) 和 (4-9) 式计算弹簧的扭转弹性系数 K 和载物圆盘的转动惯量 I 。将 T_1 的平均值代入表 4-1 中的公式得到塑料圆柱的转动惯量 I_1 。

3. 测量圆筒和球的转动惯量

(1) 将金属圆筒同轴加载到载物圆盘上，测量出振动周期 T_2 ，重复测量 5 次；将 T_2 平均值代入表 4-1 中的公式计算出圆筒的转动惯量 I_2 并与理论值比较，求出相对误差。

(2) 从扭摆转轴上卸下圆盘换上塑料圆球，调整光电门位置让挡光杆在光电探头间隙处挡住探头；测量塑料圆球的振动周期 T_3 ，重复测量 5 次；将 T_3 的平均值代入表 4-1 中的公式计算塑料圆球的转动惯量 I_3 并与理论值比较，求出相对误差。

4.验证平行轴定理

将连接头固定在金属细杆的中间，安装到扭摆支架转轴上，调整光电门位置使细杆端头在光电探头间隙处挡住探头；对称滑动两金属物块，使其质心距细杆中点距离 x 分别为 5.00 cm、10.00 cm、15.00cm、20.00 cm、25.00 cm（让滑块上的限位销卡入细杆上的卡槽内，卡槽间距 5.00 cm），测量金属细杆和滑块组合绕质心的振动周期；重复测量 3 次取平均值，并作 T^2 - x^2 图验证平行轴定理并给出结论。

表 4-2 不同物体的质量和直径数据记录表

仪器：

精度：

台号：

试样	质量 m/g		直径 D/mm	
圆柱	m_1		D_1	
圆筒	m_2		$D_{内}$	
			$D_{外}$	
圆球	m_3		D_3	

表 4-3 不同物体振动周期数据记录表

仪器：

精度：

台号：

试样名称	振动周期/s						平均值/s
载物圆盘	T						
盘+圆柱	T_1						
盘+圆筒	T_2						
圆球	T_3						

表 4-4 x 不同时，细杆振动周期数据记录表

仪器：	精度：			台号：	
x /cm	5.00	10.00	15.00	20.00	25.00
振动周期/s					
平均值 T /s					

【注意事项】

1. 光电探头应放置在挡光杆的平衡位置处。
2. 转轴必须插入载物圆盘，并将螺丝旋紧，否则转动数次之后便会停下。
3. 弹簧有一定的使用寿命和强度，不可随意转弹簧，实验时初始振幅不要太大（约 $\pm 90^\circ$ ）。
4. 圆柱体和圆筒放在载物圆盘上时，必须放正且载物圆盘共轴。

【思考题】

1. 在弹簧的恢复力矩范围内，若物体在水平面内转过的角度大小不同，请问实验测得的扭摆摆动周期是否相同？
2. 如何用本装置来测定任意形状物体绕特定轴的转动惯量？

【仪器介绍】

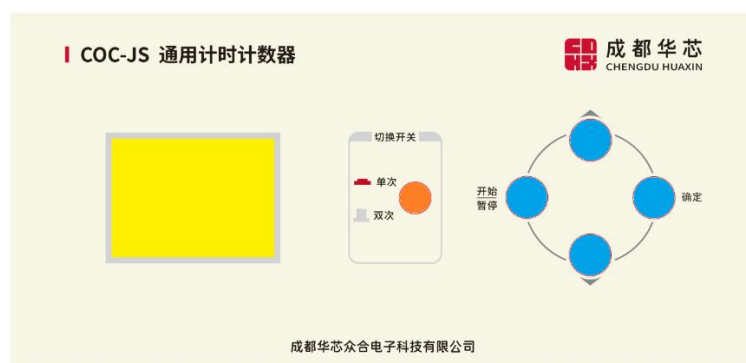


图 4-2 光电计时计数器

通用计时计数器前面板如图 4-2 所示，连接电源和光电门，通过切换开关设置光电门被遮挡单次或双次为一个周期，选择好计数模式后再开启电源（开启电源后不能再切换计数模式），将光标移至“总周期”位置，按下“确定”，可通过上下按钮对测量的总周期数进行设置，设置完成后按下“确定”按钮进行保存。

按下“开始/暂停”按钮后，仪器进入计时准备状态，当接收到光电门发来的第一个信号后开始计时，每接收一个信号为一周期，当接收的信号数达到设定的总周期数后，计时自动停止。

移动光标至“第 周期”，按下“确定”后，可使用上下键对记录的各周期数的总时间进行回查。

查看结束后，按下“确定”按钮使光标回到上一级位置，此时按下“开始/暂停”按钮，上一次记录的数据清零，仪器进入计时准备状态。